

VTP = INVEST

VISION, THEORY & PRACTICE

SHORT STUDIES SERIES

ART ECONOMICS

No. 04 / 2026

Dimensões do Mercado da Arte: Uma Análise Comparativa Usando Componentes Principais

PAULO TENANI

AUGUST 2026

ISSN 3086-7320

DOI

10.5281/zenodo.22036197



DIMENSÕES DO MERCADO DA ARTE: UMA ANÁLISE COMPARATIVA USANDO COMPONENTES PRINCIPAIS

Paulo Tenani¹²

RESUMO

Quantos fatores afetam o Mercado de Arte? Como isto se compara com os fatores que afetam os Mercados de Renda Fixa e de Ações? O objetivo deste artigo é responder estas questões utilizando Análise de Componente Principais. Para o Mercado de Renda Fixa, três fatores explicam mais do que 95% da variância dos retornos, tanto nos Estados Unidos quanto no Brasil – um resultado amplamente aceito pela literatura acadêmica e pelos participantes do mercado. Já para o Mercado de Ações, são cinco fatores – em forte contraste com o zoológico de fatores aceitos pelos participantes deste mercado. Já para o Mercado de Arte, 8 fatores explicam 95% da variância dos retornos. Neste sentido, o Mercado da Arte parece ser consideravelmente mais complexo dos que os mercados financeiros tradicionais. Além do mais, assim como acontece na Renda Fixa, onde os primeiros três fatores são denominados de “Nível”, “inclinação” e “curvatura”, algo similar pode ser encontrado no Mercado de Ações e de Arte. Para tanto, é necessário definir apropriadamente uma “curva de Ações” e uma curva de Arte”, assim como na Renda Fixa existe uma curva de juros.

Palavras-Chave: PCA; curva de juros; renda fixa; nível; inclinação; curvatura; Renda variável; Mercado de Arte.

¹ FGV Invest, Escola de Economia de São Paulo da Fundação Getulio Vargas

² Gostaria de agradecer a ajuda de Denise Menconi, Marta Inês Rodrigues Pereira e ao grupo de Finanças e Monetária do FGVInvest, da Escola de Economia de São Paulo da Fundação Getulio Vargas.

INTRODUÇÃO

Em seu livro “The Value of Art”, Michael Findlay argumenta que “o preço da arte, seja ela comprada no mercado primário ou secundário, é governado por oferta, demanda e marketing”³. Em outras palavras, na opinião de Findlay, existem mais fatores determinando o preço das obras de arte do que as tradicionais forças de oferta e demanda tão enfatizadas nas ciências econômicas. Na verdade, marketing – com suas inúmeras dimensões – seria também um fator a ser considerado.

Outros especialistas vão além. Em sua tese de 2020, Menconi argumenta que “o mercado da arte é opaco, ilíquido, pouco regulado, com altos custos de transação e sujeito a mudanças de gosto e moda”. Além do mais, na opinião de Menconi, “obras de arte não só não geram um fluxo de renda ou de dividendos, como também requerem o pagamento de taxas mensais para armazenamento e seguro”⁴. Ou seja, Menconi elenca toda uma gama de fatores que afetam o mercado de arte e que o tornam bastante distinto de alguns de seus pares financeiros. Fatores estes que poderiam não apenas aumentar a complexidade do mercado como também deveriam, de uma maneira ou de outra, afetar tanto o preço das obras quanto o retorno de um investimento em arte.

Mas seria o mercado de arte assim tão mais complexo do que os mercados financeiros? Qual o número de fatores que verdadeiramente determinam o retorno de se investir em arte? Seria possível nominar estes fatores, como se faz com a renda fixa e com a renda variável? E, por fim, como os fatores do mercado de arte se comparam com aqueles que regem os retornos nos mercados financeiros?

Responder a estas questões é o objetivo deste capítulo.

Para tanto, um método estatístico bastante tradicional, conhecido como Análise de Componentes Principais (PCA⁵) é utilizado para examinar o mercado de arte e fazer comparações com dois dos mais importantes mercados financeiros: o de juros, ou renda fixa, – onde tal método já foi extensivamente utilizado e os resultados são bastante conhecidos – e o mercado de ações, onde, devido a circunstâncias peculiares a este mercado, a Análise dos Componentes Principais poderia ser mais bem utilizada.

As conclusões obtidas vão em linha com as constatações de Findlay e Menconi: para explicar os retornos do mercado de arte são necessários mais fatores do que aqueles que explicam os retornos nos mercados financeiros. Ou, na linguagem dos estatísticos, o mercado de arte possui um número maior de dimensões.

Porém, os fatores que afetam os retornos do mercado da arte ainda não possuem uma intuição clara e nem podem ser facilmente nominados - como acontece com os fatores da renda fixa e da renda variável. Para o mercado da arte, ainda existe muito trabalho a ser feito no sentido de interpretar estes fatores.

O capítulo é estruturado da seguinte maneira. A seção I traz uma breve descrição do método de Análise dos Componentes Principais enquanto a seção II descreve os dados utilizados. As seções III, IV e V tratam da aplicação do método nos mercados de renda fixa (juros), renda variável (ações) e arte. Por fim, a seção VI conclui.

O MÉTODO

A Análise de Componentes Principais (PCA) é uma técnica das mais antigas, que remonta ao início do século XX quando foi inventada por Karl Pearson⁶ - um dos pais da Estatística. Então, na

³ Findlay, M. (2014) página 21. No original: “The price of art, whether sold in the primary or the secondary market, is governed by supply, demand and marketing”. Tradução dos autores.

⁴ Meconi, D. (2020), páginas 11 e 12. No original: “The art market is opaque, illiquid, poorly regulated/unregulated, with high transaction costs, and is subject to changes in taste and fashion. Artworks do not generate flow of income or dividends but requires monthly fees to pay for storage and insurance.” Tradução dos autores.

⁵ O termo PCA vem do nome em inglês desta técnica: “Principal Component Analysis”.

⁶ Pearson (1901)

década de 1930, ela foi aprimorada por Harold Hotelling⁷ - um outro gigante da Estatística (e da Economia) – que aperfeiçoou e organizou a técnica, lhe deu o nome de Componentes Principais e a formatou da maneira como conhecemos hoje

Entre suas várias utilizações, a PCA permite diminuir a dimensão de um Banco de Dados, ao custo de uma menor precisão.

Por exemplo, considere um Banco de dados com 100 variáveis (dimensões) descrevendo características de milhares de obras de arte. A primeira variável poderia ser a largura das obras, a segunda a altura, depois o nome do autor, gênero, etnia, nacionalidade. então incidência da cor azul, da cor verde, a data da pintura, o preço da obra, e assim por diante, totalizando 100 variáveis diferentes.

Mas são realmente necessárias todas estas 100 dimensões para descrever o mercado de arte? Não haveria alguma redundância nos dados que pudesse ser eliminada sem grande perda de informação?

Suponha que algumas variáveis se movam conjuntamente; como seria o caso se as obras de arte mais largas tendessem a ser também as de maior altura; ou se obras de arte com maior incidência da cor azul tivessem também menor incidência da cor verde. Neste caso seria sim possível reduzir a dimensionalidade do Banco de Dados a um custo baixo de perda de informação eliminando, por exemplo, os dados sobre a altura das obras e a incidência da cor verde.

Pois a PCA é um método, entre vários outros, de reduzir a dimensionalidade do Banco de Dados eliminando informações redundantes. E, com certeza, o método mais antigo e mais bem estudado!

Definição formal e critério

Neste ponto é importante uma definição formal.

De acordo com Jolliffe e Cadima (2016), “a Análise de Componentes Principais (PCA) é uma técnica para reduzir a dimensionalidade de (grandes) conjuntos de dados, aumentando a interpretabilidade, mas ao mesmo tempo minimizando a perda de informação. Isto é feito criando variáveis não correlacionadas que maximizam sucessivamente a variância”.

Na verdade, a PCA transforma linearmente um Banco de Dados em um novo sistema de coordenadas, também chamadas de componentes principais. O primeiro componente principal é aquele que explica a maior parte da variância do Banco de Dados. O segundo componente principal é aquele que explica a segunda maior parte da variância. E assim por diante, até termos, no exemplo acima, 100 componentes principais (a dimensão total do Banco de Dados), explicando 100% da variabilidade.

Assuma agora - como aproximadamente acontece no mercado de juros - que o primeiro componente principal explique 70% da variância do Banco de Dados; que o segundo componente principal explique 25% e o terceiro 2.5%. Note que apenas três componentes principais descrevem 97.5% da variância enquanto os outros 97 componentes somados descrevem apenas 2.5%. Poder-se-ia então dizer que este Banco de Dados tem apenas 3 dimensões, ao invés de 100?

Pois este será o critério utilizado nas seções a seguir: a dimensão de um mercado, será definida como o número de componentes principais que expliquem, individualmente, pelo menos 2.5% da variância dos retornos deste mercado. Componentes que expliquem menos do que 2.5% da variância, serão eliminados da análise e a perda de informação decorrente desta diminuição de dimensionalidade, será considerada aceitável.

E já é possível adiantar uma conclusão: o mercado de arte possui mais componentes principais (dimensões) explicando pelo menos 2.5% da variância dos seus retornos, do que existem no mercado de juros e de ações.

Interpretando os Componentes Principais

Mas ainda cabem algumas considerações sobre o que exatamente são estes componentes principais e como interpretá-los.

⁷ Hotelling (1933).

Em primeiro lugar, os componentes principais são combinações lineares de todas as variáveis do Banco de Dados. Daí a dificuldade de interpretá-los ou nomeá-los. Por exemplo, o que significa um PCA cujos elementos tenham magnitudes de 1.4 para (o elemento correspondente) à altura da obra, 1.2 largura, 1.15 nome do autor, 0.95 gênero, (-0,32) incidência da cor verde – e assim por diante, até completarmos as 100 variáveis?

Em segundo lugar, é sim possível aprender algo com os outros mercados. Por sorte, no mercado de juros, os três primeiros componentes principais acabam por ter uma interpretação clara e receberam nomes intuitivos e prontamente aceitos pelos praticantes do mercado. O mercado de juros americano será, portanto, uma referência para o mercado de arte - com também será, em certo sentido, para o mercado de ações.

Portanto, ao longo do capítulo, o mercado de arte e o de ações - serão comparados com o mercado de juros. E, inclusive, quando necessário, as variáveis do Banco de Dados serão reordenadas para que a comparação fique mais intuitiva⁸.

Em terceiro lugar, no mercado de ações, existem inúmeros “fatores de risco” – na verdade um zoológico de fatores⁹ – que procuram explicar as anomalias que assolam este mercado. Estes “fatores”, no entanto, não são calculados por PCA e nem mesmo são descorrelacionados – como deveriam ser os componentes principais. Porém, assim como acontece na renda fixa, os fatores do mercado de ações também têm uma interpretação clara e receberam nomes intuitivos que foram prontamente aceitos pelos participantes do mercado.

Neste sentido os componentes principais do mercado de juros, e os “fatores” do mercado de ações, podem também servir de ajuda para uma melhor compreensão dos componentes principais do mercado da arte. Na verdade, existem diferenças, mas também existem importantes similaridades que devem ser mais bem exploradas.

Em resumo

Em resumo, a Análise de Componentes Principais é um método estatístico bastante conhecido que é aplicado para diminuir a dimensionalidade de um Banco de Dados.

No entanto, neste capítulo, o método será utilizado para calcular as dimensões do mercado de juros, de ações e de arte.

O critério para definir quantas dimensões possui cada mercado, será o número de componentes principais que explicam pelo menos 2.5% da variância dos retornos. Portanto, se em um dado mercado, apenas os três primeiros componentes principais explicam, individualmente, mais do que 2.5% da variância dos retornos, e nenhum dos outros componentes explique mais do que isso, este mercado será caracterizado como tendo três dimensões. Se forem os quatro primeiros componentes principais que individualmente expliquem mais do que 2.5%, ele terá quatro dimensões. E assim por diante. Componentes principais, que expliquem menos do que 2.5% da variância dos retornos, serão eliminados da análise e a perda de informação decorrente será considerada aceitável.

Cabe destacar que não é o objetivo deste capítulo entrar em detalhes sobre a Análise dos Componentes Principais, com todas as suas complexidades. O objetivo é tão somente utilizar o método e analisar seus resultados para dois importantes mercados financeiros e o mercado de arte. Para quem tiver interesse, o anexo deste capítulo traz uma brevíssima “receita de bolo” sobre como utilizar a Análise dos Componentes Principais. No entanto, uma discussão mais profunda requer literatura especializada.

⁸ Reordenar o Banco de Dados de maneira que a comparação entre os componentes principais do mercado de arte e de ações fiquem mais intuitivas e mais próximas àquelas da renda fixa, é uma decisão que pode ser questionada. Na verdade, futuras pesquisas podem ilustrar se uma “curva de arte” e uma “curva de setores” são hipóteses razoáveis e se o mercado de arte e de ações podem, assim como a renda fixa, serem representados por curvas.

⁹ Ver Feng, Giglio e Xiu (2017)

Nas seções IV e V a seguir, analisaremos o mercado de juros e ações sob a ótica de componentes principais. Então, já imbuídos de alguma intuição sobre o que acontece nestes mercados, na seção VI, o foco passará para o mercado de arte.

Além do mais, o mercado de juros – onde Análise de Componentes Principais tem sido amplamente utilizada e a intuição e nomenclatura para seus componentes principais aceitas pelo mercado – será utilizado como referência, com os outros mercados, sempre que possível, comparados com ele.

Mas antes, cabem algumas linhas descrevendo os dados utilizados neste capítulo, que é o tema da seção II a seguir.

OS DADOS

Os dados utilizados refletem os retornos nominais trimestrais, entre 1998 e 2023, para os mercados de juros prefixados americano, renda variável global e arte global.

Para o mercado de juros, os retornos são calculados como ganho de capital mais o ganho de carregamento, e estimados para 9 vértices da curva de juros prefixada americana. Os vértices são os seguintes¹⁰: Libor (maturidade de um dia), 3 meses, 6 meses, 1 ano, 2 anos, 3 anos, 5 anos, 10 anos e 30 anos. Todos os títulos são “zero coupon bonds”¹¹.

Para o mercado de ações, os dados de retorno são de dez subíndices setoriais do índice MSCI: “Consumer Durables”, “Consumer Staples”, “Energy”, “Financials”, “Health Care”, “Information Technology”, “Industrials”, “Material”, “Telecommunication” e “Utilities”.

Todas estas séries de dados foram coletadas da Bloomberg e os retornos calculados pelos autores.

Já para o mercado de arte, os dados vêm do ARTPRICE Index e refletem os retornos de nove subíndices: “Painting”, “Print”, “Sculpture”, “Photograph”, “Drawing”, “19th Century”, “Modern Art”, “Post-War” and “Contemporary”.

Existem algumas limitações dos índices de arte que devem ser mencionadas.

Em primeiro lugar, os subíndices utilizados são uma combinação de período histórico (“19th Century”, “Modern Art”, “Post-War” and “Contemporary”) com “médium” ou suporte (“Painting”, “Print”, “Sculpture”, “Photograph”, “Drawing”) e, portanto, existe alguma sobreposição. Em segundo lugar, os índices são baseados em transações públicas de casas de leilão; e não cobrem transações privados ou em galerias de arte. Portanto eles estão longe de representar todo o mercado. Por fim, em terceiro lugar, por tratar-se de ativos ilíquidos e pouco transacionados, os índices de arte são calculados pela metodologia de vendas repetidos o que resulta em vieses e algumas outras desvantagens sobre os índices financeiros¹².

Estas limitações acabam por afetar a qualidade da análise, de maneira que conclusões sobre o mercado de arte devem ser consideradas preliminares e sujeitas a validações futuras.

A título de curiosidade serão também analisados os retornos em 10 dos vértices da curva de juros prefixada brasileira; com os dados sendo coletados da ANBIMA e o cálculo dos retornos efetuados pelos autores.

O Brasil é um país com características muito peculiares e a análise de um de seus mercados talvez permita um melhor entendimento do também peculiar mercado de arte.

¹⁰ Importante notar que, durante o período de superávits fiscais da era Clinton, os títulos de 1 ano foram resgatados em sua totalidade. Portanto não temos dados para a maturidade de 1 ano entre o terceiro trimestre de 2001 e o segundo trimestre de 2008, o mesmo acontecendo para a taxa de 3 anos entre o quarto trimestre de 2007 e o quarto trimestre de 2008.

¹¹ De acordo com o Cambridge Dictionary, “um zero coupon bond é um título de renda fixa que não paga juros, mas que você compra por um valor menor do que seu valor de face, de maneira que você tem um lucro quando ele é pago”. Tradução dos autores.

¹² Os índices construídos pela metodologia de vendas repetidas acabam por não considerar todas as transações, mas apenas aquelas que ocorreram mais de uma vez durante o período da amostra.

Para a curva de juros brasileira os vértices são o CDI (maturidade de um dia), os prefixados de 1 mês, 2 meses, 3 meses, 6 meses, 1 ano, 2 anos, 3 anos, 4 anos e 5 anos¹³. Novamente, os títulos são “zero cupom”.

Tanto os dados para o mercado de juros americano, quanto o mercado de ações global e o mercado de arte global são denominados em dólares, enquanto os dados para o mercado de juros brasileiros são denominados em reais.

As próximas três seções trazem as análises do mercado de juros, ações e arte.

AS DIMENSÕES DA RENDA FIXA

Começemos com o mercado de juros.

Em um influente artigo de 1991, os economistas Robert Litterman e José Scheinkman¹⁴ analisaram o mercado de renda fixa prefixada americana no período entre janeiro de 1984 e junho de 1984. Chegaram à surpreendente conclusão de que apenas três fatores explicariam mais do que 95% da variância dos retornos neste mercado. Em outras palavras, o mercado de prefixados poderia, sem grande perda de informação, ser reduzido a apenas três dimensões e não aos inúmeros vértices da curva de juros.

Além do mais, analisando a composição de cada um destes três fatores, os autores identificaram similaridades com uma nomenclatura que já era tradicionalmente utilizada pelos participantes do mercado. E isto permitiu que fosse possível não apenas interpretar estes fatores – uma tarefa já bastante difícil - como também nomeá-los.

Por exemplo, o primeiro fator, que explicaria mais de 85% da variância dos retornos, foi chamado de “nível” (“level”), uma vez que, na opinião dos autores, “a mudança nos retornos causadas pelo primeiro fator são basicamente constantes entre as maturidades.”¹⁵. Em outras palavras, este primeiro fator estaria relacionado ao que os investidores chamam de “deslocamento paralelo da curva de juros” ou de efeito “duration”.

Já o segundo fator, que explicaria aproximadamente 8% da variância dos retornos, recebeu o nome de “inclinação” (“steepness”), uma vez que, na opinião dos autores, “um choque no fator inclinação reduziria o retorno dos zeroes de até cinco anos, e aumentaria o retorno dos zeroes de maturidade mais longa”¹⁶. Mais uma vez um fator claramente identificado com a nomenclatura já utilizada pelos participantes do mercado, que denominam uma queda (aumento) nas taxas curtas simultaneamente a um aumento (queda) nas taxas longas da curva de juros, como sendo um aumento (diminuição) na inclinação da curva.

Por fim, o terceiro fator, que explicaria próximo a 2% da variância dos retornos recebeu a denominação de “curvatura, pois aumenta a curvatura de curva de juros no intervalo de maturidades menores do que vinte anos; e o efeito nos retornos termina acima da maturidade de vinte anos”¹⁷. Novamente um fator conhecido pelo mercado e já nominado pelos investidores pois, uma alteração nas taxas de juros curtas e longas em uma mesma direção, e nas taxas de juros intermediárias em outra, é conhecida como uma mudança na “curvatura da curva de juros”.

¹³ Para os prefixados de quatro e cinco anos do mercado brasileiro, os dados se iniciam no segundo trimestre de 2000.

¹⁴ Ver Litterman e Scheinkman (1991). Os vértices da curva de juros americana analisados pelos autores são os de 6 meses, 1 ano, 2 anos, 5 anos, 8 anos, 10 anos, 14 anos e 18 anos; totalizando 8 vértices ou 8 dimensões. Os dados são semanais e os autores analisam o excesso de retorno dos “zeroes”, ou títulos de “zero coupon”, com relação a taxa livre de risco.

¹⁵ Litterman e Scheinkman. (1991) página 57. No original: “The yield changes caused by the first factor are basically constant across maturities.”. Tradução dos autores.

¹⁶ Litterman e Scheinkman (1991) páginas 57-58. No original: “... a shock from the steepness factor (as defined here) lowers the yields of zeroes up to five years and raises the yields for zeroes of longer maturities”. Tradução dos autores.

¹⁷ Litterman e Scheinkman (1991) página 58. No original: The third factor, which we call curvature, increases the curvature of the yield curve in the range of maturities below twenty years; the effect on yields tails off above twenty years”. Tradução dos autores.

Duas coisas a notar. A primeira é que os resultados de que apenas três fatores explicam o comportamento da curva de juros americana, e que estes fatores seriam, em ordem de importância, “nível”, “inclinação” e “curvatura”, foram replicados em diversos estudos e hoje fazem parte do senso comum dos acadêmicos e investidores. É um resultado significativo e que tem resistido ao teste do tempo. No entanto, em outros mercados, como o de ações e arte, a serem discutidos nas seções IV e V, a análise torna-se mais complicada pois, não somente existem mais fatores explicando a variância dos retornos como também a intuição para estes fatores acaba por ser muito menos clara do que no caso da renda fixa.

Em segundo lugar, o critério a ser utilizado neste capítulo para determinar se um fator deve ou não ser considerado relevante, é mais restritivo do que aquele utilizado por Litterman e Scheinkman. Isto se deve ao fato que, nos outros mercados, existem mais fatores explicando a variância dos retornos - o que torna necessário restringir a análise. E isto é feito, arbitrariamente, com o critério de que cada componente deve explicar pelo menos 2.5% da variância. Portanto, com este critério, e no período utilizado por Litterman e Scheinkman, o fator curvatura seria desconsiderado e o mercado de juros reduzido a apenas duas dimensões - nível e inclinação - que explicam 98% da variância dos retornos.

Nas subseções abaixo é feita uma Análise de Componente Principais do mercado de juros americano em um período mais recente de 1998 e 2023. O resultado de Litterman e Scheinkman, de que apenas três “fatores” explicam a maior parte da variância dos retornos, permanece válido - com apenas algumas pequenas especificidades.

A título de curiosidade, o mercado de juros prefixado brasileiro também é analisado. As conclusões se mantêm, mas as especificidades aumentam.

O mercado de juros americano entre 1998 e 2023

A tabela 1 ilustra a Análise de Componentes Principais para o mercado de renda fixa americano entre 1998 e 2023.

Note que o primeiro componente principal, (λ_1), explica 65.5% da variância dos retornos enquanto o segundo (λ_2) e terceiro (λ_3) explicam, respectivamente, 27.6% e 4.5%. A Tabela ilustra também o quarto componente principal (λ_4), que explica apenas 1.3% - portanto menos do que o critério de 2.5%. Ele será desconsiderado, assim como os componentes principais de número 5 a 9.

RENDA FIXA EUA	
COMPONENTES PRINCIPAIS	VARIÂNCIA EXPLICADA
λ_1	65.5%
λ_2	27.6%
λ_3	4.5%
λ_4	1.3%

RENDA FIXA EUA	
COMPONENTES PRINCIPAIS	VARIÂNCIA EXPLICADA

λ_1	65.5%
λ_2	27.6%
λ_3	4.5%
λ_4	1.3%

Tabela 1: Componentes principais do mercado de juros americano

Portanto, apenas três componentes principais explicam mais de 97.5% da variância dos retornos e, pelos critérios deste capítulo, o mercado de renda fixa americano poderia ser reduzido a três dimensões - sem perda significativa de informação. É o mesmo resultado de Litterman e Scheinkman (1991), com a especificidade de que, neste capítulo, é utilizado o método e a terminologia da Análise de Componentes Principais - ao invés do termo “fatores”¹⁸ utilizado pelos autores.

Além do mais, o primeiro componente principal explica um pouco menos da variância do que o primeiro “fator” de Litterman e Scheinkman; enquanto o segundo e terceiro componentes principais explicam um pouco mais da variância do que o segundo e terceiro “fatores” de Litterman e Scheinkman. Ou seja, no mercado de juros americano, neste período mais recente entre 1998 e 2023 - e comparado com o estudo de Litterman e Scheinkman - o primeiro componente principal perde um pouco da relevância em benefício do segundo e terceiro componentes.

A interpretação para os três componentes principais também permanece a mesma, com o primeiro componente principal, (λ_1), sendo o nível, o segundo, (λ_2), a inclinação e o terceiro, (λ_3), a curvatura. Isto é ilustrado a Figura 1 que grava uma aproximação polinomial de segunda ordem dos elementos C_i , para ($i = 1, 2, \dots, 9$) que formam cada um destes três componentes principais¹⁹.

Note pela Figura 1 que o primeiro componente principal é composto de apenas elementos positivos, o que significa que todos os vértices se movem na mesma direção. Note também, que estes elementos são aproximadamente da mesma magnitude. Ou seja, um deslocamento quase paralelo da curva de juros, na linguagem do mercado. Daí o nome do componente, “nível”, como fica bastante claro por uma inspeção da curva com a aproximação polinomial de segunda ordem na Figura

Já os elementos do segundo componente principal são negativos para os vértices mais curtos e positivos para os mais longos. Em outras palavras, uma mudança na inclinação da curva de juros. Mais uma vez, uma visualização da Figura 1 torna a intuição bastante clara para este componente. Daí o nome “inclinação”.

¹⁸ Note que estamos tratando de componentes principais e não de fatores. Esta distinção é importante pois os componentes principais são derivados de um método estatístico específico e tem características próprias como, por exemplo, serem não-correlacionados - ou, em linguagem estatística, ortogonais. Por outro lado, no mercado de ações, existem inúmeros “fatores” - alguns deles bastante conhecidos - que não são componentes principais. Estes fatores do mercado de ações, portanto, podem ser correlacionados. Dentre estes inúmeros fatores os mais conhecidos são o “Market Factor” - oriundo do “Capital Asset Pricing Model” ou “CAPM” - e os fatores “Value” e “Size” - oriundos do modelo de três fatores de Fama e French. Ver William Sharpe (1965) sobre o “Capital Asset Pricing Model” e o modelo de três fatores de Eugene Fama e Kenneth French (1993) sobre os faores “Value” e “Size”.

¹⁹ Os componentes principais são os autovetores da matriz variância e covariância. Portanto, vetores com 9 elementos - para o caso específico dos 9 vértices da curva de juros americana analisados nesta seção. A Figura 1 grava estes elementos.

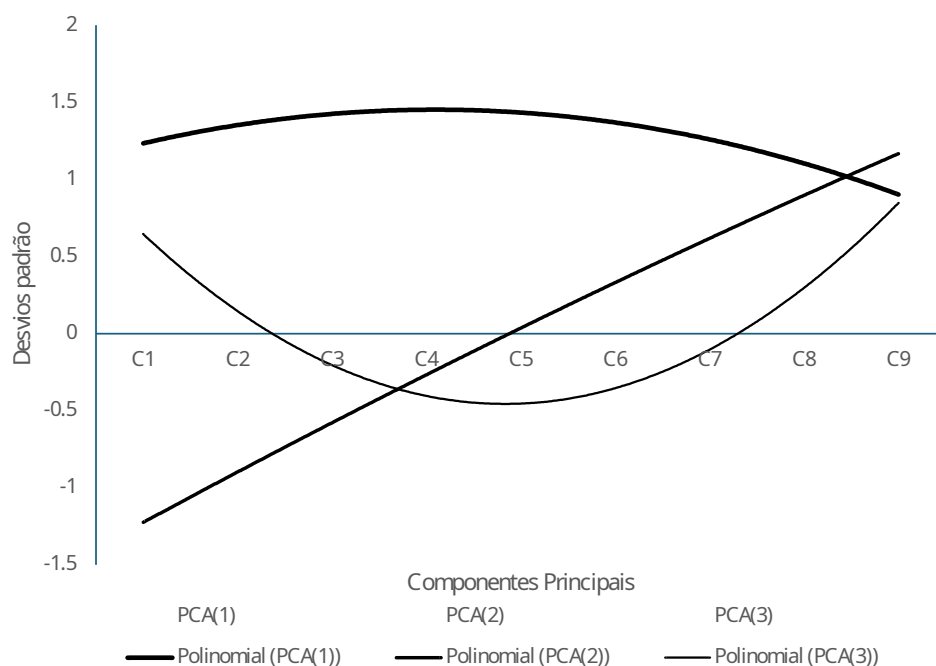


Figura 1: Função de Forma ilustrando os termos dos PCAs 1, 2 e 3 para o mercado de juros americano

Por fim, os elementos do terceiro componente principal são positivos para os vértices mais curtos e mais longos, e negativos para os intermediários; sugerindo uma mudança na curvatura da curva de juros. Novamente, muito bem ilustrado pela curva (com a aproximação polinomial de segunda ordem) representando o terceiro componente principal na Figura 1. Daí o nome “curvatura”.

Os nomes dos componentes principais para o mercado de juros americano - “nível”, “inclinação” e “curvatura” - são intuitivos, facilmente identificáveis e são aceitos pelos participantes deste mercado. Uma sorte que não necessariamente se repetirá para os mercados de ações e de arte – e nem mesmo para o mercado de renda fixa no Brasil.

Na verdade, antes da análise passar para os mercados de ações e de arte, vale a pena um exame mais detalhado do mercado de renda fixa no Brasil.

O mercado de juros brasileiro entre 1998 e 2023

Desde meados da década de 1990, o Brasil tem sido caracterizado por taxas de juros elevadíssimas, em contraste com o cenário observado nos países desenvolvidos neste mesmo período, quando as taxas de juros estiveram - às vezes durante mais de uma década - próximas do “limite inferior de zero”²⁰. Ou seja, o mercado de juros brasileiro possui algumas peculiaridades com relação àqueles dos mercados desenvolvidos – e está, em certo sentido, em forte contraste com o mercado de juros americano.

Pois é sobre este mercado peculiar que será aplicada, nesta subseção, a Análise de Componentes Principais. A esperança é que os resultados para o mercado de juros brasileiro permitam uma melhor intuição dos resultados do, também peculiar, mercado de arte.

A tabela 2 abaixo ilustra os resultados para o mercado de renda fixa brasileiro entre 1998 e 2023.

O primeiro componente principal, (λ_1), explica 72.1% da variância dos retornos enquanto o segundo (λ_2) e terceiro (λ_3) explicam, respectivamente, 23.1% e 4.1%. O quarto componente principal (λ_4) explica menos do que 2.5% da variância – na verdade 1.3% - e será, portanto, desconsiderado assim como os componentes principais de 5 a 10.

²⁰ Em inglês, “zero lower bound”.

Portanto, três componentes explicam mais de 99.2% da variância dos retornos. E, utilizando o critério de que cada componente precisa explicar pelo menos 2.5% da variância, o mercado de renda fixa brasileiro - assim como o americano - poderia ser reduzido para três dimensões; sem perda significativa de informação. Mais uma vez, a conclusão de Litterman e Scheinkman (1991) se mantém.

RENDA FIXA BRAZIL	
COMPONENTES PRINCIPAIS	VARIÂNCIA EXPLICADA
λ_1	72.1%
λ_2	23.1%
λ_3	4.1%
λ_4	0.3%

COMPONENTES PRINCIPAIS	VARIÂNCIA EXPLICADA
λ_1	72.1%
λ_2	23.1%
λ_3	4.1%
λ_4	0.3%

Tabela 2: Componentes principais do mercado de juros brasileiro

Contudo, no caso brasileiro, existem algumas especificidades.

Em primeiro lugar, o primeiro componente principal explica mais da variância dos retornos (72.1%) do que nos Estados Unidos (65.5%). E isto acontece às custas do segundo componente principal, que explica 23.1% no Brasil contra 27.6% nos Estados Unidos. Ou seja, o primeiro componente, ou “nível”, é mais importante para explicar a curva de juros no Brasil do que nos Estados Unidos, enquanto o segundo componente, “curvatura”, é menos.

No entanto, em segundo lugar, e para complicar a análise, a interpretação do primeiro componente como “nível” é mais difícil de ser feita no Brasil pois, formando este componente principal, existem elementos negativos e positivos. Em outras palavras, não é mais verdade que, no Brasil, o primeiro componente principal ilustre um deslocamento paralelo da curva de juros.

Em terceiro lugar, a mesma dificuldade de interpretação surge para o segundo componente principal; neste caso com os elementos positivos e negativos não se alternando entre maturidades mais curtas e mais longas, como acontece nos Estados Unidos. Na verdade, a alternância, ao longo das diferentes maturidades, é bem mais complicada. E isto torna difícil a interpretação do segundo componente principal como “inclinação” no Brasil.

Por fim, diferentemente do primeiro e segundo componentes principais, a explicação para o terceiro é idêntica à do caso americano. O terceiro componente principal parece estar relacionado a curvatura da curva de juros brasileira pois existem elementos positivos relacionadas aos vértices mais curtos e mais longos, e elementos negativos relacionados aos vértices intermediários.

Em resumo

Em conclusão, tanto o mercado de renda fixa nos Estados Unidos quanto no Brasil, podem ser explicados por três componentes principais e, portanto, reduzidos a três dimensões sem grande perda de informação. Para os Estados Unidos, este é um resultado bastante conhecido e robusto, que venceu o teste do tempo. E, no mercado de renda fixa brasileiro, este resultado é também replicado para o período entre 1998 e 2023.

Além do mais, nos Estados Unidos, estes três componentes principais recebem uma interpretação e nomenclatura que já era conhecida dos participantes do mercado. Neste sentido, o primeiro componente principal estaria relacionado ao nível da curva de juros, o segundo à inclinação e o terceiro à curvatura - estas interpretações sendo derivadas de uma inspeção dos elementos de cada componente.

No entanto, a interpretação para os três componentes principais não é assim tão direta quando tratamos do mercado de renda fixa brasileiro. Pois uma inspeção dos elementos mostra que nem o primeiro componente principal pode ser interpretado como nível e nem o segundo como inclinação. Para o terceiro componente principal, no entanto, também no Brasil, a interpretação de curvatura permanece adequada.

Estas dificuldades de interpretação dos componentes principais no mercado de juros brasileiro antecipam novas dificuldades que surgirão nas análises dos mercados de ações e arte, objeto das próximas seções. Já a renda fixa americana - enquanto não suficiente para nomear e interpretar os fatores nestes outros mercados - pelo menos deixa uma referência com a qual eles possam ser comparados.

AS DIMENSÕES DO MERCADO DE AÇÕES

Quantos componentes principais explicam pelo menos 2.5% da variância dos retornos no mercado de ações? Seriam mais, ou menos, do que os três necessários para explicar a renda fixa americana? Qual seria a intuição para estes componentes principais?

Responder a estas questões é o objetivo desta seção.

A princípio, pode-se imaginar que seriam necessários bem mais do que três componentes. Afinal, o mercado de ações possui algumas complexidades que simplesmente não existem na renda fixa.

Por exemplo, um título de renda fixa é uma promessa de devolver uma quantia predeterminada, em uma data predeterminada, pagando um retorno predeterminado. Este seria o caso, de um prefixado de 10 anos emitido pelo Tesouro americano, que se compromete a devolver o capital investido em exatamente 10 anos a uma taxa de juros prefixada de, por exemplo, 4.2% ao ano. Ou seja, na renda fixa, tanto a data em que o capital investido será devolvido, como também o retorno do investimento naquela data, são conhecidos a priori²¹.

O mercado de ações possui mais indefinições.

Veja, por exemplo, o caso, de um investimento em ações da Alphabet Incorporation, dona da Google. Para este investimento não são sabidos nem o prazo e muito menos o retorno. Comprar uma ação significa virar sócio da empresa por um tempo indefinido e estar preparado para o que der e vier – os bons e maus momentos – com o risco de todo o investimento ser perdido ou, quem sabe, um dia virar uma fortuna. Ou inúmeras outras combinações de prazos e retornos que podem acontecer! Portanto, um investimento em ações é muito mais incerto do que em renda fixa,

²¹ Importante ressaltar que, no meio do caminho, ou seja antes do prazo de vencimento (10 anos no exemplo), o retorno de um título de renda fixa não é sabido e pode oscilar – às vezes tanto quanto uma ação. Para maiores detalhes ver Tenani, Menconi, Mourabet, Borelli e Jesus (2024).

Na verdade, a impressão inicial de que o mercado de ações possui mais componentes principais do que a renda fixa - e que, portanto, é um mercado com maior dimensionalidade - será confirmada logo abaixo. Mas antes vale a pena tratar de duas curiosidades: “fatores de risco” e as “anomalias do CAPM”.

a) Componentes Principais ou fatores de risco?

Diferentemente do que acontece com a renda fixa, não é através da Análise de Componentes Principais (PCA) que os participantes do mercado de ações descobrem “fatores”. Estes são usualmente descobertos através de uma análise cuidadosa da evidência empírica, uma narrativa convincente e uma boa dose de “mineração de dados”. E esta maneira de fazer as coisas tem vantagens e desvantagens.

Pelo lado das vantagens, é muito mais fácil ter uma interpretação clara, uma boa história e um nome apropriado para um “fator” do que para um componente principal. Este é o caso, por exemplo, de fatores de risco como “Valor”, “Tamanho”, “Qualidade”, “Lucratividade”, “Momentum” – entre vários outros que são reconhecidos no mercado de ações.

Por exemplo, o fator de risco “Valor”, está relacionado a empresas com uma baixa relação preço/valor contábil, enquanto o fator de risco “Tamanho” está relacionado a empresas de baixa capitalização. Os fatores de risco “Qualidade” e “Lucratividade” também têm intuições óbvias, assim como “Momentum”. Existe, portanto, uma interpretação muito clara destes fatores empíricos; o que tende a não acontecer quando se utiliza PCA.

Pelo lado das desvantagens, procurar “fatores” com base na evidência empírica resulta, na maior parte das vezes, em “fatores” que são correlacionados – ou não-ortogonais na linguagem estatística. Daí todo este zoológico que assola o mercado de ações. Existem centenas de “fatores”! Por sua vez, com o PCA, os componentes principais são totalmente descorrelacionados – ou ortogonais - e em número muito mais limitado.

b) O CAPM e suas anomalias

Mas qual a justificativa para os “fatores de risco” do mercado de Ações?

Para responder esta pergunta é importante entender o “Capital Asset Pricing Model” (CAPM) - o modelo de referência para precificação de ativos financeiros – e suas limitações.

De acordo com o CAPM, todo ativo financeiro deve ser precificado de acordo com sua contribuição à expectativa de retorno e variância do portfólio. E esta contribuição, recebe o nome de “beta”. Uma intuição brilhante que rendeu ao seu criador, William Sharpe, o Prêmio Nobel de Economia de 1990.

Comparando com o mercado de arte, para fazer uma analogia com o objeto de interesse deste capítulo, é como se todas as obras fossem precificadas pela sua contribuição para o retorno e a variância da coleção de arte – ou o “beta” com relação a coleção - e não pelas suas características individuais.

Obviamente o CAPM, assim como todo modelo, possui limitações. E são delas que surgem as anomalias do CAPM e a justificativa para os “fatores de risco”.

Uma dessas limitações é a hipótese de que os investidores se importam apenas com a expectativa de retorno e a variância do portfólio; desconsiderando outros momentos da distribuição de probabilidade. Por exemplo, pelo CAPM, dois ativos com a mesma contribuição para o retorno esperado e a variância do portfólio, teriam a mesma expectativa de retorno – independentemente de um dos ativos aumentar sobremaneira a probabilidade de eventos extremos.

Uma segunda limitação do CAPM seria a definição deste tal “portfólio” - contra o qual todos os ativos devem ser precificados. E aqui as dúvidas são inúmeras. Por exemplo, capital humano faz parte deste “portfólio”? Aquele quadro bonito que dá enorme satisfação faz parte deste “portfólio”? O “portfólio” trata apenas do “portfólio financeiro” ou de todos os componentes da riqueza?

E existem várias outras limitações que, não cabe mencionar aqui. mas que são amplamente discutidas nos livros textos de finanças.

Obviamente, os agentes de mercado não se importam com as limitações do CAPM. E tudo acaba por ser precificado: eventos extremos, capital humano, a beleza do quadro, etc.

Portanto, como era de se esperar, o CAPM não precifica os retornos dos ativos financeiros com perfeição – apesar de fazer um trabalho surpreendentemente bom.

Pois esta parte dos retornos dos ativos que o CAPM não consegue explicar são conhecidas como “anomalias do CAPM”. E os fatores de risco são justamente tentativas de explicar estas anomalias. De explicar aquilo que o CAPM não explica.

Finda a análise destas duas “curiosidades” – os “fatores” no mercado de ações são calculados de maneira diferente do que na renda fixa e estes “fatores” procuram explicar as anomalias do CAPM - é chegado o momento de aplicar a Análise de Componentes Principais ao mercado de ações global; o que é feito na subseção abaixo.

c) O mercado de ações global entre 1998 e 2023

A tabela 3 ilustra os resultados da Análise de Componentes Principais para o mercado de ações global, no período entre 1998 e 2023. As séries são os retornos trimestrais de 10 subíndices setoriais do índice MSCI.

Note que o primeiro componente principal, (λ_1), explica 70% da variância dos retornos enquanto o segundo (λ_2) e terceiro (λ_3) explicam, respectivamente, 9.1% e 6.9%. Ou seja, três componentes explicam mais de 86% da variância dos retornos e, para atingir o critério de explicar pelo menos 2.5% da variância, existem ainda um quarto (λ_4) e um quinto (λ_5) componente, que explicam, respectivamente, 4.6% e 3.2%. O sexto componente (λ_6) explica apenas 2.2% da variância e é descartado, assim como também serão os componentes entre 7 e 10.

AÇÕES GLOBAIS	
COMPONENTES PRINCIPAIS	VARIÂNCIA EXPLICADA
λ_1	70.0%
λ_2	9.1%
λ_3	6.9%
λ_4	4.6%
λ_5	3.2%
λ_6	2.2%

COMPONENTES PRINCIPAIS	VARIÂNCIA EXPLICADA
λ_1	70.0%
λ_2	9.1%

λ_3	6.9%
λ_4	4.6%
λ_5	3.2%
λ_6	2.2%

Tabela 3: Componentes principais do mercado de ações global

Em outras palavras, o mercado de ações global poderia ser reduzido para cinco dimensões - sem perda significativa de informação pois estes cinco primeiros componentes principais explicam 93.8% da variância dos retornos.

Comparando com os resultados de Litterman e Scheinkman (1991) existem três coisas a notar.

A primeira, e mais importante, é que, para explicar o mercado de ações são necessários cinco componentes principais - dois a mais do que a renda fixa americana - mas nada próximo ao zoológico de “fatores” que existe nesse mercado.

Em segundo lugar, enquanto o primeiro componente principal explica algo como 70% da variância dos retornos – número bastante próximo ao da renda fixa americana e brasileira - o segundo componente explica consideravelmente menos, apenas 10%; enquanto o terceiro, quarto e quinto componentes principais explicam consideravelmente mais. Ou seja, no mercado de ações, o primeiro componente permanece tão relevante quanto na renda fixa, mas o segundo perde importância para o terceiro, o quarto e o quinto. Em outras palavras, componentes menores começam a despontar em conjunto; algo que - já se pode adiantar - será ainda mais destacado no mercado de arte.

d) Interpretação dos componentes principais e a “curva de setores”

Por fim, em terceiro lugar, no mercado de ações, a interpretação para os componentes principais não é tão clara quanto em Litterman e Scheinkman (1991). Mas ela também não é tão complexa quanto para a renda fixa brasileira. Mesmo assim, ela merece ser discutida em uma seção especial devido ao que será denominado “curva de setores”.

Na verdade, como acontece com a renda fixa americana, o primeiro componente principal tem apenas elementos positivos e poderia também ser caracterizado como “nível”, ou um “deslocamento quase paralelo da curva” – se pelo menos existisse algum tipo de curva descrevendo os diversos setores do mercado de ações! Como não há, um nome mais apropriado talvez seja “fator mercado” ou “beta”, em referência ao CAPM.

O segundo componente principal, por sua vez, possui elementos positivos e negativos; assim como acontece com a renda fixa americana. Ou seja, alguns setores são movidos para cima enquanto outros são para baixo.

Obviamente esses setores poderiam ser ordenados de maneira a formar uma curva cuja inclinação aumentasse. Por exemplo, se os setores do MSCI fossem ordenados como 1)“Information Technology”; 2)“Telecommunication”; 3)“Consumer Discretionary”; 4)“Industrials”; 5)“Materials”; 6)“Financials”; 7)“Health Care”; 8)“Energy”; 9)“Utilities”; 10)“Consumer Staples”, então, neste caso, o segundo componente poderia ser interpretado como de “inclinação” de uma “curva de setores”, como era na renda fixa com relação a curva de juros.

O problema é que uma ordenação de setores no mercado de ações não é tão intuitiva quanto a ordenação baseada em maturidades na renda fixa. Portanto, a interpretação para o segundo componente principal ainda não é clara e ainda há muito a ser feito.

Algo parecido acontece, com o terceiro, quarto e quinto componentes principais: alguns setores se movem para cima enquanto outros se movem para baixo. Este comportamento sugere algum tipo de

“curvatura”, como na renda fixa, só que mais complexa – se pelo menos existisse algum tipo de curva para descrever os vários setores do mercado de ações! Mas, no mercado de ações, não existe ainda uma “curva de setores” – ela está apenas sendo sugerida aqui - o que complica em muito a interpretação destes componentes principais.

Em resumo

Em conclusão, a variância do mercado de ações global pode ser explicada por cinco componentes principais; dois a mais do que a renda fixa americana - mas muito menos do que o zoológico de fatores que são tradicionais a este mercado. E este resultado – de que são “apenas” cinco fatores (PCAs) e não um zoológico de fatores que existem no mercado – deriva do fato de que os componentes principais são ortogonais; o que não acontece com os tradicionais “fatores” do mercado de ações; que são todos correlacionados.

Além do mais, para o mercado de ações, o primeiro componente principal tem características parecidas com aquelas do componente “nível” da renda fixa americana; com todos os setores se movendo na mesma direção, assim como acontecia com os vértices da curva de juros. Porém, neste caso, um nome mais apropriado para o componente principal, talvez seja “fator mercado” ou “beta”; ao invés de “nível”.

Por sua vez, assim como na renda fixa americana, o segundo e terceiro componentes principais alternam elementos positivos e negativos. Estes fatores poderiam muito bem ser interpretados como “inclinação” e “curvatura”, caso existisse algo próximo a uma “curva de setores” no mercado de ações global. Mas no momento isto não existe! Fica aqui a dica para aqueles pesquisadores interessados em aplicar ao mercado de ações conceitos advindos da renda fixa. Uma sugestão: se os setores do MSCI fossem ordenados como 1)“Information Technology”; 2)“Telecommunication”; 3)“Consumer Discretionary”; 4)“Industrials”; 5)“Materials”; 6)“Financials”; 7)“Health Care”; 8)“Energy”; 9)“Utilities”; 10)“Consumer Staples” e colocados na forma de uma “curva de setores”; o segundo componente principal poderia então ser interpretado como “inclinação” desta curva.

Por fim, os dois outros componentes, o quarto e quinto, explicam 7.8% da variância do retorno do mercado de ações – um número significativo – enquanto, no mercado de renda fixa americana, eles representam, somados, menos do que 2.2% e são usualmente desconsiderados. Estes dois últimos componentes também alternam elementos positivos e negativos e sua interpretação ainda não é clara.

Antes de terminar, ficam duas perguntas ao leitor. Na sua opinião, o resultado da Análise de Componentes Principais - de que apenas cinco fatores descrevem 93.7% da variância do mercado de ações - sugere um exagero no “zoológico” de fatores que assola o mercado de ações? E, na sua opinião, seria razoável interpretar o mercado de ações através de uma “curva”, como é feito na renda fixa?

Na próxima seção, a Análise de Componentes Principais é aplicada ao mercado da arte. As conclusões são surpreendentes.

AS DIMENSÕES DO MERCADO DE ARTE

A tabela 4 ilustra os resultados da Análise de Componentes Principais para o mercado de arte global, no período entre 1998 e 2023, utilizando dados trimestrais. As séries são os retornos de 9 subíndices do índice ARTPRICE.

Note que o primeiro componente principal, (λ_1), explica 42% da variância dos retornos enquanto o segundo (λ_2) e terceiro (λ_3) explicam, respectivamente, 14% e 12%.

Ou seja, três componentes explicam 69% da variância dos retornos e, pelo menos cinco outros componentes principais atingem o critério de explicar pelo menos 2.5% da variância dos retornos: o quarto (λ_4), o quinto (λ_5), o sexto (λ_6), o sétimo (λ_7) e um oitavo componente (λ_8) – quase a totalidade dos subíndices do ARTPRICE. E estes componentes explicam, respectivamente, 9%, 8%, 6%, 5% e 2.9%. Ou seja, em contraste com o mercado de renda fixa, no mercado de arte, componentes principais além do terceiro despontam para, em conjunto, explicar uma parcela significativa da variância dos retornos.

Portanto, utilizando o critério de explicar pelo menos 2.5% da variância dos retornos, o mercado de arte pode ser caracterizado como tendo oito dimensões – comparado com as três dimensões do mercado de renda fixa e as cinco dimensões do mercado de ações. E estes oito componentes explicam 99.2% da variância dos retornos mercado de arte

ARTE GLOBAL	
COMPONENTES PRINCIPAIS	VARIÂNCIA EXPLICADA
λ_1	42.4%
λ_2	14.5%
λ_3	11.7%
λ_4	9.0%
λ_5	7.5%
λ_6	6.3%
λ_7	4.9%
λ_8	2.9%
λ_9	0.8%

Tabela 4: Componentes principais do mercado de artes global

a) Interpretação dos componentes principais e a “curva de arte”

Para interpretar os componentes principais do mercado de arte, quatro pontos merecem ser destacados.

Em primeiro lugar, o primeiro componente principal perde muito de sua relevância - com ganhos para os componentes de ordem quatro a oito. Ou seja, nos mercados de renda fixa americana e de ações global, o primeiro componente, explica ao redor de 70% da variância dos retornos. No mercado da arte, este número cai para 42.4%.

Em contrapartida, no mercado de arte, os componentes de quatro a oito explicam 30;6% da variância dos retornos – uma magnitude sem sombra de dúvida significativa – enquanto no mercado de renda fixa americano representavam menos do que 2.3% e no mercado de ações global 13.16%. Na verdade, pode-se dizer que o mercado de arte está muito mais próximo de ter uma diversidade de “fatores” relevantes – se é que podemos chamar componentes principais de “fatores” – do que mercado de ações, com seu “zoológico” de fatores.

Em segundo lugar, uma inspeção dos elementos do primeiro componente principal, mostra que todos são positivos, e de magnitudes aproximadas, movendo os vários subíndices do mercado de arte na mesma direção e com intensidade próxima - como “um deslocamento quase paralelo da curva” ou um “fator mercado”. Ou seja, exatamente igual à renda fixa americana e ao mercado de ações global. Na verdade, a grande diferença entre o primeiro componente principal do mercado da arte para com aqueles

dos outros mercados, não está na direção do deslocamento – que é a mesma - mas sim na sua relevância, que, como já mencionado acima, é muito menor; explicando apenas 42.4% da variância dos retornos.

Em terceiro lugar uma inspeção dos elementos do segundo componente principal, mostra alguns como sendo positivos e outros negativos. No entanto, estes elementos podem ser ordenados de maneira a sugerirem mudanças na “inclinação da curva” - como acontece na renda fixa americana. A questão que surge – que é a mesma no mercado de ações – é se existe algum tipo de curva que possa ser atribuída ao mercado de arte: uma “curva da arte”; assim como, na renda fixa, existe uma curva de juros.

Uma sugestão de ordenação, evidente na inspeção dos elementos do segundo componente principal, seria a seguinte: 1) “Modern Art” 2) “Photograph”, 3) “Drawing”, 4) “Painting”, 5) “Sculpture”, 6) “Post War”, 7) “19th Century”, 8) “Print” e, por fim, 9) “Contemporary Art”; cada um destes subíndices representando um vértice da “curva da arte”. Cabem aos pesquisadores de Economia da Arte interpretar se esta ordenação possui algum significado e se, portanto, o segundo componente principal pode – ou não - ser interpretado como uma mudança de inclinação, na “curva da arte”.

Por fim, em quarto e último lugar, devido a sua relevância, é importante analisar os componentes principais (λ_4), (λ_5), (λ_6), (λ_7) e (λ_8). A interpretação para estes componentes não é direta e, possivelmente, será ainda mais difícil atribuir-lhes um nome adequado. Porém, assim como acontece com o segundo componente principal, os sinais dos diferentes elementos se alternam entre positivos e negativos. Se existisse uma curva caracterizando o mercado de arte, eles talvez pudessem ser interpretados como alterações - mais complexas - na curvatura da “curva da arte”.

No entanto, no caso do mercado de arte, dado o elevado número de componentes principais, talvez o mercado de ações com seu “zoológico de fatores” – e não o mercado de renda fixa - seja uma referência mais apropriada. Sempre lembrando que, infelizmente, as centenas de “fatores” do mercado de ações, são correlacionados.

b) Funções de Forma para os três primeiros componentes

Assim como foi feito para a renda fixa americana, é ilustrativo traçar os elementos dos diversos componentes principais do mercado da arte.

A Figura 2 grafa justamente uma aproximação polinomial de segunda ordem dos elementos C_i , para ($i=1,2,...,9$) dos três primeiros componentes principais para o mercado de arte global, em laranja, e o mercado de renda fixa americana, em preto. Cabe notar que os subíndices do ARTPRICE estão ordenados como sugerido na subseção anterior, de maneira que o segundo componente principal possa ser interpretado como “inclinação” da “curva da arte”.

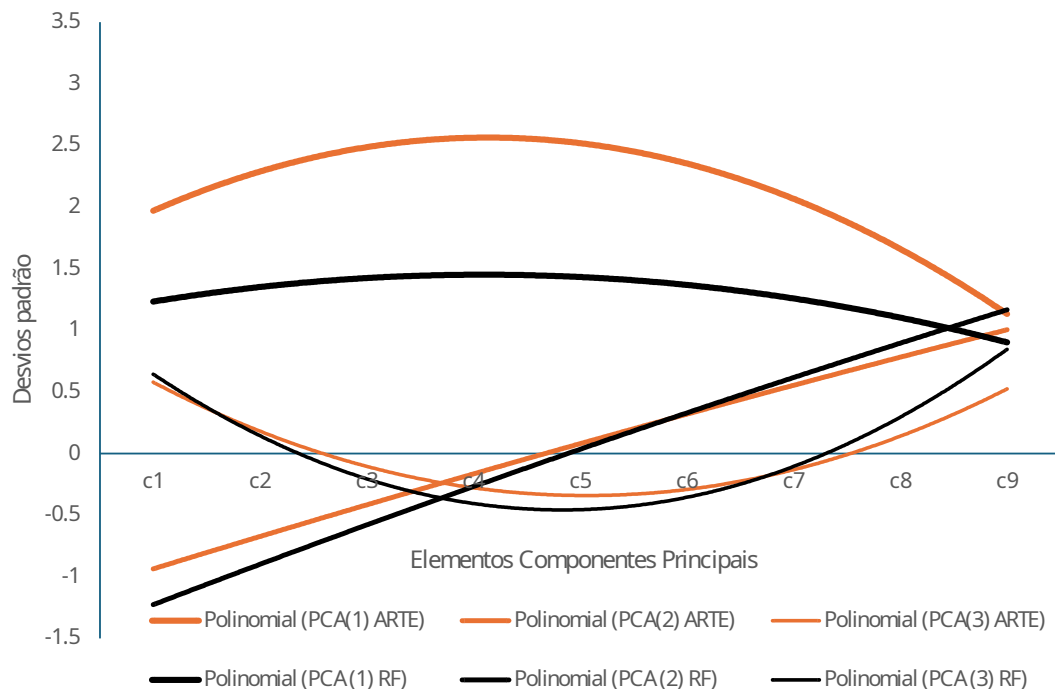


Figura 2: Função de Forma ilustrando os termos dos PCAs 1, 2 e 3 para o mercado de arte global

Note pela Figura que, assim como na renda fixa, no mercado de arte, o primeiro componente principal é composto de apenas elementos positivos, o que significa que todos os vértices da “curva de arte” são afetados na mesma direção - e, como destacado na Figura, com aproximadamente a mesma intensidade. Ou seja, um deslocamento quase paralelo na “curva da arte”, como aquele que caracteriza o mercado de juros americano e o mercado de ações global.

Note, no entanto, que, a magnitude dos elementos do primeiro componente do mercado da arte, são maiores do que na renda fixa - de maneira de que a função de forma do primeiro componente para a arte está acima daquela para a renda fixa.

Já os elementos do segundo componente principal, com a ordenação dos subíndices mencionada acima, são negativos para os vértices “mais curtos” e positivos para os “mais longos”. Em outras palavras, uma mudança na inclinação da “curva da arte”, assim como acontece na renda fixa. Note pela figura que, a função de forma para o segundo componente principal do mercado da arte, é um pouco menos inclinada do que aquela da renda fixa.

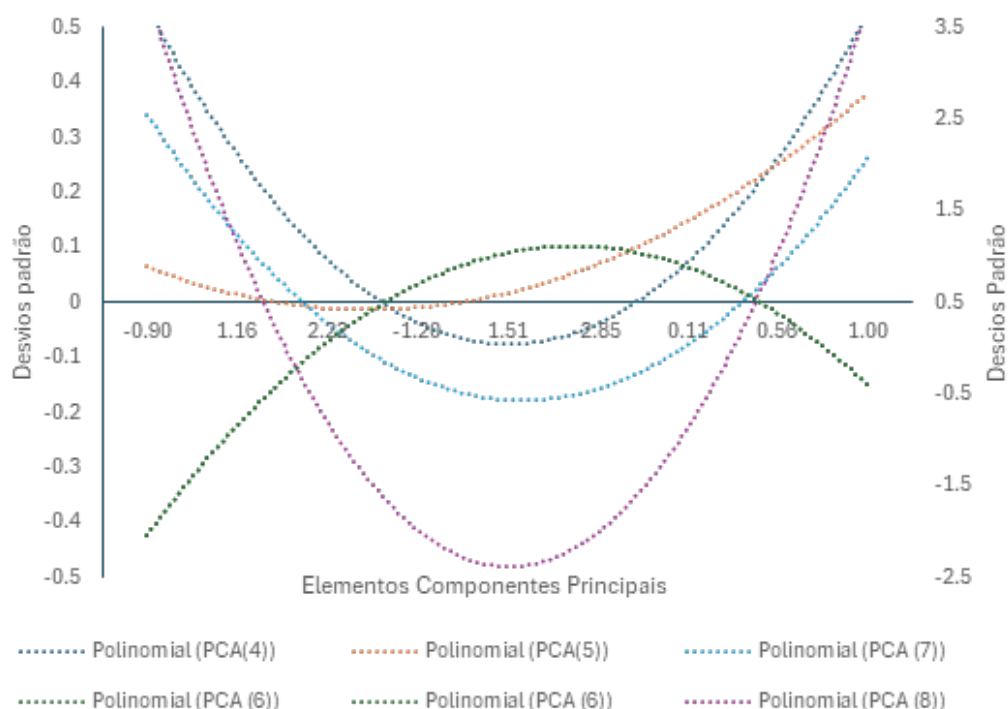
Por fim os elementos do terceiro componente principal são positivos para os “vértices mais curtos” e “mais longos”, e negativos (ou próximos de serem negativos) para os “vértices intermediários”; sugerindo uma mudança na curvatura da “curva arte”. Mas, de uma maneira geral, esta “mudança da curvatura” acaba por ser menos óbvia do que na curva de juros americana - como ilustrado pela curva com a aproximação polinomial de segunda ordem do PCA3 que é mais próxima do número zero. Mais uma vez, a função de forma para o terceiro componente do mercado de arte é ilustrativa e mostra a forte semelhança com o equivalente na renda fixa.

c) Funções de Forma para os componentes principais de 4 a 8

A Figura 3 grava uma aproximação polinomial de segunda ordem para os elementos que compõem os outros cinco componentes principais do mercado de arte (λ_4), (λ_5), (λ_6), (λ_7) e (λ_8). Os elementos relacionados a (λ_6) e (λ_8) foram mapeados no eixo y-secundário enquanto escala dos dois eixos y foi adequada para uma melhor visualização dos dados.

Note pela Figura 3 que a interpretação destes cinco componentes principais - com a alternância entre sinais positivos e negativos dos elementos - aponta para alterações na curvatura da “curva da arte”; porém alterações mais complexas do que aquela relacionada ao terceiro componente principal.

Como já mencionado anteriormente, na maior parte das vezes, a interpretação dos PCAs não é intuitiva. Afinal, eles são simplesmente uma redefinição de coordenadas que envolve todas as variáveis no Banco de Dados. Por sorte, no mercado de renda fixa americano, os três primeiros PCAs acabaram por lembrar uma nomenclatura já bastante utilizada pelos participantes do mercado – “nível”,



“inclinação” e “curvatura”. E é esta nomenclatura da renda fixa que está sendo utilizada para orientar a análise, primeiro do mercado de ações e agora do mercado da arte.

Figura 3: Função de Forma ilustrando os termos dos PCAs 4, 5, 6, 7, 8 para o mercado de arte global

Ou seja, na medida em que os mercados de ações e de arte possam também ser caracterizados em termos de uma curva - como acontece com a curva de juros do mercado de renda fixa – é possível empregar toda as interpretações e terminologias da renda fixa.

A má notícia é que as interpretações e terminologias da renda fixa se aplicam apenas aos três primeiros componentes principais – que explicam mais de 97.5% da variância dos retornos naquele mercado.

Porém, o mercado de arte vai muito além.

Existem oito componentes principais que explicam mais do que 2.5% da variância dos retornos neste mercado. Cinco componentes adicionais. E estes componentes estão grafados em toda sua complexidade na Figura 3.

Em resumo

PCA é uma técnica que permite reduzir um banco de dados composto de muitas variáveis, ao agrupá-las em "componentes principais" - dimensões descorrelacionadas. Ter menos dimensões permite, com certeza uma importante simplificação e, muitas vezes, uma melhor análise.

Porém, ao aplicar essa técnica para o mercado da arte, trabalhando com o banco de dados do ARTPRICE, a redução de dimensões foi insignificante - de nove para oito.

Além do mais, a interpretação dessas dimensões não é tão clara como na renda fixa, apesar das similaridades entre os primeiros componentes principais - e os segundos e terceiros; para o caso, ainda questionável, da existência de uma “curva de arte”.

Neste sentido ainda existe muito trabalho a ser feito pelos pesquisadores de Economia da Arte; aprimorando os dados, confirmando se o mercado de arte realmente possui mais dimensões do que os mercados financeiros e interpretando seus componentes principais.

CONCLUSÃO

A Análise de Componentes Principais é uma das técnicas estatísticas mais tradicionais e é frequentemente utilizada para diminuir a dimensionalidade de grandes Bancos de Dados. Portanto, nestes dias de “big data” e “machine learning”, o PCA tem recebido atenção das mais diferentes áreas da Ciência.

Pois neste capítulo, a Análise de Componentes Principais é aplicada ao mercado de juros – americano e brasileiro – ações e, por fim, aprendendo com estes dois grandes mercados, o mercado da arte.

As conclusões obtidas foram as seguintes

Para o mercado de juros, três dimensões – ou três componentes principais – explicam 97.7% da variância dos retornos. Este é um resultado bastante conhecido, repetido em vários outros países e remonta ao importante artigo de Litterman e Scheinkman de 1991.

Além do mais, pelo menos para o mercado de juros americano, estes componentes possuem uma interpretação bastante clara. O primeiro componente, que explica 65.5% da variância dos retornos, é apenas composto de elementos positivos; o que sugere uma mudança na mesma direção – ou um deslocamento quase paralelo – de todos os vértices da curva de juros. Daí este componente ter sido denominado “nível” ou “deslocamento paralelo”.

Já o segundo componente, que explica 27.6% da variância, alterna elementos negativos - correspondentes aos vértices mais curtos – com positivos – correspondentes aos vértices mais longos. Isto sugere uma mudança da inclinação da curva de juros. Daí ele ter sido denominado “inclinação”.

Por fim, o terceiro componente, que explica 4.5% da variância, alterna elementos positivos - correspondentes aos vértices curtos e longos - com elementos negativos; correspondentes aos vértices intermediários da curva de juros. Daí receber o nome de “curvatura”.

Os três nomes, “nível”, “inclinação” e “curvatura” são amplamente utilizados pelos participantes do mercado de renda fixa.

Já para o mercado de ações, cinco dimensões – ou cinco componentes principais - explicam 93.67% da variância dos retornos. Este não é um resultado tradicional pois, no mercado de ações, os fatores não são calculados através de PCAs mas sim por um misto de evidência empírica, mineração de dados e boas narrativas. A consequência disso é que o mercado de ações abriga centenas de fatores - um verdadeiro “zoológico” – “fatores” estes que são, infelizmente, correlacionados. Porém, mais cedo ou mais tarde, a existência de centenas de fatores de risco – que são correlacionados - no mercado de ações terá que ser confrontada com o fato de que existem apenas cinco componentes principais explicando a variância dos retornos deste mercado.

Mas a aplicação de PCA ao mercado de ações também resulta em outras conclusões. O primeiro componente principal explica 70% da variância dos retornos e, assim como na renda fixa americana, possui apenas elementos positivos, com magnitudes aproximadas. Ou seja, ele representa uma mudança na mesma direção de todos os setores representados pelos subíndices do MSCI: ou, um “movimento quase paralelo”.

O segundo componente principal, que explica 9.1% da variância, pode também ser interpretado como “inclinação”. Isto, obviamente, se existisse, no mercado de ações, algo próximo a uma “curva de setores” - assim como existe uma “curva de juros” no mercado de renda fixa. E tanto seria possível com a seguinte ordenação dos setores ao longo da “curva”: 1) “Information Technology”; 2) “Telecommunication”; 3) “Consumer Discretionary”; 4) “Industrials”; 5) “Materials”; 6) “Financials”;

7) “Health Care”; 8) “Energy”; 9) “Utilities”; 10) “Consumer Staples”, Se a hipótese de uma “curva de setores” para o mercado de ações é, ou não, razoável, é uma discussão que ainda está em aberto.

Por fim, o terceiro componente, que explica 6.6% da variância, alterna elementos positivos com negativos e poderia também representar “curvatura” – só que uma curvatura mais complexa - no caso da existência de uma “curva de setores”. O quarto e quinto componentes principais ainda não possuem uma interpretação clara.

Quanto ao mercado de arte, oito dimensões – ou oito componentes principais - explicam 99.2% da variância dos retornos. É uma dimensionalidade equivalente à soma daquelas do mercado de renda fixa e ações. O primeiro componente explica 42.4% da variância dos retornos, seguidos dos outros sete componentes, cuja relevância cai gradativamente - com o segundo componente explicando 14.5%, o terceiro 11.7% o quarto 9%, o quinto 7.5%, o sexto 6.3%, o sétimo 4.9% e, por fim, o oitavo, 2.9%.

A interpretação para o primeiro componente principal é muito próxima daquelas da renda fixa e do mercado de ações - uma vez que todos os elementos são positivos e de magnitude aproximada. Portanto, um deslocamento quase paralelo de todos os subíndices do índice ARTPRICE.

E aqui cabe a questão: haveria uma força comum, representada pelo primeiro componente principal – o componente mais importante - afetando os mercados de renda fixa americana, ações globais e o mercado de arte mundial? Qual seria a interpretação desta força: “nível”, “mercado”, “beta”? Pois estas são questões que ainda devem ser mais bem examinadas.

Quanto ao segundo componente, ele também poderia receber a interpretação de inclinação se existisse uma “curva de arte”, a ser ordenada da seguinte maneira: 1) “Modern Art” 2) “Photograph”, 3) “Drawing”, 4) “Painting”, 5) “Sculpture”, 6) “Post War”, 7) “19th Century”, 8) “Print” e 9) “Contemporary Art”. Novamente, se a hipótese de uma “curva da arte” é, ou não, razoável, está ainda em aberto.

Já para o terceiro componente principal, que explica 11.7% da variância, ele também é uma alternância entre elementos positivos e negativos. Portanto, para o caso de existir uma “curva da arte”, poderia receber a denominação de “curvatura”.

No sentido de que o mercado de arte possui oito dimensões, e não apenas três, procurar uma interpretação – e um nome - para cada um destes cinco PCAs adicionais, é uma tarefa desafiadora. Não existe mais a referência da renda fixa! Talvez novas referências possam surgir do mercado de ações, com suas cinco dimensões, na metodologia do PCA, e suas centenas de fatores correlacionados, como interpretado pelos participantes do mercado. Este será o objeto de futuras pesquisas, mas, infelizmente, não é o foco deste capítulo.

Uma palavra de cautela sobre os resultados para o mercado da arte. Este é um mercado ilíquido, com custos de transação elevados e poucas transações. Os índices de arte são calculados pela metodologia de vendas repetidas, que possuem suas vantagens e desvantagens. Neste sentido, apesar da conclusão de que o mercado de arte possui mais dimensões do que os mercados de renda fixa e renda variável - e a conclusão de que os três componentes principais possuem semelhanças - estes resultados devem ser interpretados com precaução.

Por fim, o objetivo deste capítulo não foi discutir profundamente Análise de Componentes Principais, mas sim aplicar a técnica e observar seus resultados em mercados de interesse. Os resultados, à primeira vista, parecem surpreendentes. Mas para aqueles leitores que quiserem se aprofundar na técnica, as referências ao final do capítulo trazem ótimas sugestões de leitura - e o anexo uma rápida “receita de bolo” sobre como fazer.

REFERÊNCIAS

COCHRANE, John; “Discount Rates”. The Journal of Finance, v. 66, n. 4, p. 1047- 1108. 2011.
FINDLAY, Michael. The Value of Art: money, power, beauty. Editora Prestel, 2014

- JOLLIFFE, Ian e CADIMA, Jorge. Principal Component analysis: a review and recent developments. *Philosophical Transactions of the Royal Society*. Volume 374, issue 2065, April. 2016. LINK: <https://royalsocietypublishing.org/doi/10.1098/rsta.2015.0202>.
- FAMA, Eugene F.; FRENCH, Kenneth R. Common risk factors in the returns on stocks and bonds. *Journal of Financial Economics*, v. 33, n. 1, p. 3-56. 1993.
- FENG, Guanhao; GIGLIO, Stefano; XIU, Dacheng. Taming the factor zoo: A test of new factors. *The Journal of Finance*, v. 75, n. 3, p. 1327-1370. 2020.
- HOTELLING, Harlod. Analysis of complex statistical variables into principal components. *Journal of Educational Psychology* 24, 417-411 e 498-520. 1933
- LITTERMAN, Robert e SCHEINKMAN, José; “Common factors affecting bond returns”. *The Journal of Fixed Income*, 1, pps 54-61. Junho, 1991
- MENCONI Denise; “Essays in Art Economics”. Dissertação de Mestrado. Escola de Economia de São Paulo da Fundação Getulio Vargas. 2020
- PEARSON, Karl; “On lines and Planes of Closest fit Systems of Points in Space”. *Philosophical Magazine* 2(6) 550-572. 1902.
- SHARPE, William. Capital Asset Prices – A Theory of Market Equilibrium under Conditions of Risk. *Journal of Finance* XIX (3). 1964.
- TENANI, Paulo; MENCONI, Denise; MOURABET, Mohamed; BORELLI, Marcel e JESUS, Gustavo; “Investimentos: O Guia dos Céticos”. Editora FGV. 2024.

ANEXO:

“RECEITA DE BOLO” PARA UMA ANÁLISE SIMPLIFICADA DE COMPONENTES PRINCIPAIS

- 1) NORMALIZE O BANCO DE DADOS PARA QUE CADA SÉRIE TENHA MÉDIA ZERO E DESVIO PADRÃO IGUAL A 1**
 - a. OS COMPONENTES PRINCIPAIS SÃO MUITO SENSÍVEIS A VARIÂNCIAS ELEVADAS; DAÍ A NECESSIDADE DE NORMALIZAÇÃO DOS DADOS
- 2) CALCULE A MATRIZ VARIÂNCIA-COVARIÂNCIA**
 - a. COMO OS DESVIOS PADRÃO DA SÉRIE FORAM NORMALIZADOS PARA 1; A MATRIZ VARIÂNCIA-COVARIÂNCIA É TAMBÉM A MATRIZ DE CORRELAÇÕES
- 3) CALCULE OS AUTOVALORES DA MATRIZ VARIÂNCIA COVARIÂNCIA**
 - a. COMO A MATRIZ VARIÂNCIA-COVARIÂNCIA É SIMÉTRICA, NÃO EXISTEM AUTOVALORES QUE SEJAM NÚMEROS COMPLEXOS
 - b. OS AUTOVALORES REPRESENTAM A VARIÂNCIA QUE É EXPLICADA POR CADA COMPONENTE PRINCIPAL
- 4) CLASSIFIQUE OS AUTOVALORES DO MAIOR PARA O MENOR**
- 5) CALCULE O VALOR DE CADA AUTOVALOR COMO PORCENTAGEM DO VALOR TOTAL DA SOMA DOS AUTOVALORES**
 - a. ESTA É PROPORÇÃO DA VARIÂNCIA EXPLICADA POR CADA COMPONENTE PRINCIPAL
- 6) CALCULE OS AUTOVETORES**
 - a. ESTES SÃO OS COMPONENTES PRINCIPAIS
- 7) INSPECIONE OS ELEMENTOS DOS AUTOVETORES**
 - a. TENDE DERIVAR UMA INTEPRETAÇÃO E UM NOME APROPRIADO PARA CADA COMPONENTE PRINCIPAL

